



1. (a) Lösen Sie das folgende Gleichungssystem
Trouver la solution de l'équation suivante

$$\begin{aligned}a + b + c &= 4 \\4a + 2b + c &= 9 \\a - b + c &= 6\end{aligned}$$

Lösung Indem man die Gleichungen 1 und 3 voneinander abzieht, erhält man die Gleichung

$$2b = -2$$

was auf $b = -1$ führt. Setzt man dies in Gleichung 2 ein, und addiert man ausserdem Gleichungen 1 und 3 so erhält man die folgenden zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned}2a + 2c &= 10 \\4a + c &= 11\end{aligned}$$

Die erste Gleichung besagt $c = 5 - a$, die zweite $c = 11 - 4a$, also $5 - a = 11 - 4a$, also $3a = 6$ und damit $a = 2$. Daraus $c = 3$.

Zusammenfassend: $a = 2$, $b = -1$, $c = 3$.

- (b) Benutzen Sie die Lösung von (a) um das Polynom vom Grad 2 zu bestimmen, dass das folgende Interpolationsproblem löst:

Utilisez la solution de (a) pour déterminer le polynôme p de degré ≤ 2 qui résoud le problème d'interpolation suivant :

$$\frac{x = 1 \quad 2 \quad -1}{P(x) = 4 \quad 9 \quad 6}$$

Lösung Wir benützen den Ansatz: $P(x) = ax^2 + bx + c$. Setzt man nun die 3 Stützwerte ein, so ergeben sich die folgenden Gleichungen

$$\begin{aligned}P(1) &= 4 \quad \text{d.h.} \quad a + b + c = 4 \\P(2) &= 9 \quad \text{d.h.} \quad 4a + 2b + c = 9 \\P(-1) &= 6 \quad \text{d.h.} \quad a - b + c = 6\end{aligned}$$

Dies sind genau die Gleichungen des Systems in (a). Wir kennen die Lösungen also bereits aus (a) und das Interpolationspolynom lautet

$$P(x) = 2x^2 - x + 3.$$

2. Résoudre l'équation (Montrer les étapes de calcul. Utiliser la calculatrice pour vérification seulement.)

(a)

$$\frac{1}{2} \log_4(x) = \log_3(9)$$

(b)

$$\frac{6^{x^2}}{6^{x+7}} = 1$$

(c)

$$\log_2(x) + \log_8(x^2) = 5$$

Réponse

(a) $\log_3(9) = 2$, alors on trouve $\log_4(x) = 2 \log_3(9) = 4$. Alors $x = 4^4 = 256$.

(b) On trouve $\frac{6^{x^2-x-7}}{=1}$, alors $x^2 - x - 7 = 0$ avec solutions $(1 \pm \sqrt{29})/2$

(c) On change de base pour obtenir la même base:

$$\log_2(x) + \frac{\log_2(x^2)}{\log_2(8)} = 5$$

Parce que $\log_2(8) = 3$ on trouve

$$\log_2(x) + \frac{1}{3} \log_2(x^2) = \log_2(x \cdot x^{2/3}) = \log_2(x^{5/3}) = \frac{5}{3} \log_2(x) = 5$$

alors $\log_2(x) = 3$ et $x = 2^3 = 8$.